

Lösungen zu Kapazitäten / Kondensatoren

Ein- und Ausschaltvorgänge mit Kapazitäten

A47: (869, 870)

Ein Kondensator von $2 \mu\text{F}$ wird über einen Widerstand von $3 \text{ M}\Omega$ auf eine Spannung von 150 V geladen. Welche Werte hat der Ladestrom a) $0,3 \text{ s}$, b) $1,2 \text{ s}$, c) $2,4 \text{ s}$, d) 6 s und e) 15 s nach dem Einschalten? Welche Spannung liegt zu diesen Zeitpunkten an dem Kondensator?

geg: $C = 2 \mu\text{F}$ ges: i_C, u_C in a) bis e)
 $R = 3 \text{ M}\Omega$
 $U_0 = 150 \text{ V} = u_C$ (nach Aufladevorgang also nach 5τ)

Lös: verwendete Formeln: $i = I_0 e^{-t/\tau}$ und $u = U_0 (1 - e^{-t/\tau})$

fehlende, noch zu berechnende Größen in den Formeln:

I_0 ist der Anfangsstrom im Einschaltmoment (Kondensator wirkt wie kurzgeschlossen) $I_0 = \frac{U}{R} = 50 \mu\text{A}$

$$\tau = R \cdot C = 6 \text{ s}$$

| | a) t = 0,3s | b) t = 1,2s | c) t = 2,4s | d) t = 6s = 1 τ | e) t = 15s |
|------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------|---------------|
| i_C in μA | 47,56 | 40,94 | 33,52 | 18,4 | 4,11 |
| u_C in V | 7,32 | 27,2 | 49,46 | 94,82 | 137,69 |

A48: (871)

Ein auf 320 V geladener Kondensator von $1,5 \mu\text{F}$ wird über einen Widerstand von $80 \text{ k}\Omega$ entladen. Welche Werte hat die noch vorhandene Spannung nach:

a) $0,006 \text{ s}$, b) $0,012 \text{ s}$, c) $0,06 \text{ s}$, d) $0,12 \text{ s}$ und e) $0,36 \text{ s}$?

geg: $C = 1,5 \mu\text{F}$ ges: u_C in a) bis e)
 $R = 80 \text{ k}\Omega$
 $U_0 = 320 \text{ V} = u_C$ (nach Aufladevorgang)

Lös: verwendete Formeln: $u = U_0 e^{-t/\tau}$ (Entladen)

fehlende, noch zu berechnende Größen in den Formeln:

$$\tau = R \cdot C = 0,12 \text{ s} = 120 \text{ ms}$$

| | a) t = 0,006 s | b) t = 0,012 s | c) t = 0,06 s | d) t = 0,12 s | e) t = 0,36 s |
|------------|-------------------|-------------------|------------------|------------------|------------------|
| u_C in V | 304,4 | 289,5 | 194,1 | 117,7 | 15,9 |

A49: (872)

Nach welcher Zeit sinkt der Ladestrom eines über einen Vorschaltwiderstand von $2,5 \text{ M}\Omega$ zu ladenden Kondensators von $0,2 \mu\text{F}$ auf die Hälfte seines Anfangswertes ab?

geg: $C = 0,2 \mu\text{F}$ ges: t wenn $i_C = \frac{1}{2} I_0$
 $R = 2,5 \text{ M}\Omega$

Lös: verwendete Formeln: $i = I_0 e^{-t/\tau}$ (Aufladen)

fehlende, noch zu berechnende Größen in den Formeln:

$$\tau = R \cdot C = 0,5 \text{ s} = 500 \text{ ms}$$

$$i_C = I_0 e^{-t/\tau} \rightarrow \frac{1}{2} I_0 = I_0 e^{-t/\tau} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-t/\tau} \rightarrow \text{umstellen nach t}$$

$$t = \ln \frac{1}{2} \cdot (-\tau) = -0,69315 \cdot -500 \text{ ms}$$

$$t = 346,6 \text{ ms}$$

Lösungen zu Kapazitäten / Kondensatoren

A50: (873)

Ein Kondensator von $3,5 \mu\text{F}$ soll mit einem Vorschaltwiderstand von 500Ω eine Zeitkonstante von $0,002 \text{ s}$ ergeben. Welche Kapazität ist noch parallel zu schalten?

geg: $C_1 = 3,5 \mu\text{F}$
 $R = 500 \Omega$

ges: C_2 wenn $\tau_{\text{ges}} = 0,002 \text{ s} = 2 \text{ ms}$

Lös: $\tau = R \cdot C_{\text{ges}} \rightarrow$ umstellen nach C

$$C_{\text{ges}} = \frac{\tau}{R} = 4 \mu\text{F}$$

da Parallelschaltung : $C_{\text{ges}} = C_1 + C_2$

$$C_2 = C_{\text{ges}} - C_1 = 4 \mu\text{F} - 3,5 \mu\text{F}$$

$$C_2 = 0,5 \mu\text{F} = 500 \text{ nF}$$

A51: (874)

Es liegen zwei Kondensatoren von $1,8 \mu\text{F}$ bzw. $2,5 \mu\text{F}$ sowie ein Widerstand von $85 \text{ k}\Omega$ in Reihe. Welche Zeitkonstante hat das System?

geg: $C_1 = 1,8 \mu\text{F}$
 $C_2 = 2,5 \mu\text{F}$
 $R = 85 \text{ k}\Omega$

ges: τ_{ges}

Lös: $\tau_{\text{ges}} = R \cdot C_{\text{ges}}$ mit $C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 1,0465 \mu\text{F}$

$$\tau_{\text{ges}} = R \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 85 \text{ k}\Omega \cdot 1,0465 \mu\text{F}$$

$$\tau_{\text{ges}} = 89 \text{ ms}$$

A52: (875)

Berechne formelmäßig den durch die nebenstehende Schaltung fließenden Ladestrom (2 Teilströme) bei gegebener Spannung U . Welche Werte hat der Strom zur Zeit $t = 0 \text{ s}$ und $t = \infty \text{ s}$? (Bild)

geg: C, R_1, R_2
 U

ges: i_C bei $t = 0 \text{ s}$
 i_C bei $t \geq 5 \tau$

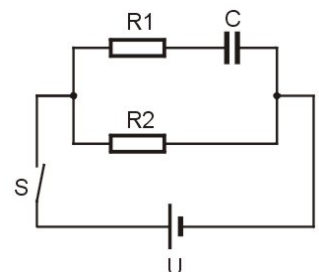
Lös: $I_{\text{ges}} = i_C + I_{R_2}$ mit $I_{R_2} = \frac{U}{R_2}$

bei $t = 0 \text{ s}$: Kondensator wirkt wie kurzgeschlossen) $i_C = I_0 = \frac{U}{R_1}$

$$I_{\text{ges}} = U \cdot \left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \right) \rightarrow \text{Parallelschaltung der Widerstände}$$

bei $t = \infty$: Kondensator wirkt wie Unterbrechung oder unendlich großer Widerstand $i_C = 0 \text{ A}$

$$I_{\text{ges}} = I_{R_2} = \frac{U}{R_2}$$



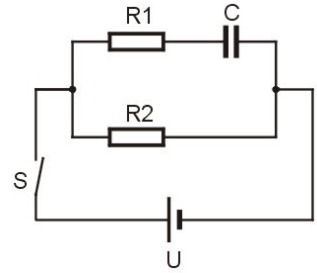
Lösungen zu Kapazitäten / Kondensatoren

A53: (876)

Wie viel Sekunden nach dem Einschalten sind die durch R_1 und R_2 fließenden Ströme gleich groß, wenn $R_1 = 2 \text{ M}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ M}\Omega$, $C = 2 \text{ }\mu\text{F}$ und $U = 60 \text{ V}$ betragen? (Bild)

geg: $R_1 = 2 \text{ M}\Omega$
 $R_2 = 5 \text{ M}\Omega$
 $C = 2 \text{ }\mu\text{F}$
 $U = 60 \text{ V}$

ges: t wenn $i_C = I_{R_2}$



Lös: $\tau = R_1 \cdot C = 4 \text{ s}$

$$i_C = I_0 e^{-t/\tau} \rightarrow I_{R_2} = I_0 e^{-t/\tau} \rightarrow \frac{U}{R_2} = \frac{U}{R_1} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = e^{-t/\tau} \rightarrow \text{umstellen nach } t$$

$$t = \ln \frac{R_1}{R_2} \cdot (-\tau) = -0,9163 \cdot 4 \text{ s}$$

$$t = 3,66 \text{ s}$$

A54: (877)

Welchen Wert muss der Widerstand R_2 haben, wenn der Strom durch R_2 gleich dem halben Anfangswert des durch R_1 fließenden Stromes sein soll ($R_1 = 0,25 \text{ M}\Omega$, $U = 125 \text{ V}$, $C = 0,8 \text{ }\mu\text{F}$)? (Bild)

Wie viel Sekunden nach dem Einschalten sind die Ströme gleich groß?

geg: $R_1 = 0,25 \text{ M}\Omega$
 $C = 0,8 \text{ }\mu\text{F}$
 $U = 125 \text{ V}$

ges: R_2 wenn $I_2 = \frac{1}{2} I_0$
 t wenn $I_2 = i_C$

Lös: a)

$$I_1 = i_C = I_0 \rightarrow I_1 = \frac{U}{R_1} = 500 \text{ }\mu\text{A}$$

$$I_2 = 0,5 \cdot I_1 = 250 \text{ }\mu\text{A}$$

aus Stromteilerregel $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$ ist:

$$R_2 = R_1 \cdot \frac{I_1}{I_2} = 0,25 \text{ M}\Omega \cdot 2$$

$$R_2 = 0,5 \text{ M}\Omega \text{ (doppelt so groß wie } R_1 \text{ weil } I_2 \text{ nur halb so groß wie } I_1 \text{ !)}$$

Lös: b) $\tau = R_1 \cdot C = 0,2 \text{ s}$

$$i_C = I_2 = I_0 e^{-t/\tau} \rightarrow \text{umstellen nach } t$$

$$t = \ln \frac{1}{2} \cdot (-\tau) = -0,69315 \cdot 0,2 \text{ s}$$

$$t = 138,6 \text{ ms}$$

Lösungen zu Kapazitäten / Kondensatoren

A55: (878)

Welche Kapazität muss der Kondensator haben, wenn 1,5 s nach dem Einschalten der Gesamtstrom die Hälfte des Gesamt-Anfangsstromes betragen soll?

$R_1 = 50 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 80 \text{ k}\Omega$, $U = 300 \text{ V}$ (Bild)

geg: $R_1 = 50 \text{ k}\Omega$
 $R_2 = 80 \text{ k}\Omega$
 $U = 300 \text{ V}$
 $t = 1,5 \text{ s}$

ges: C wenn $I_{\text{ges}} = \frac{1}{2} I_{\text{ges}_0}$ bei $t = 1,5 \text{ s}$

Lös:

zum Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$

Parallelschaltung der Widerstände und Kondensator wirkt wie kurzgeschlossen

$$I_{\text{ges}_0} = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = U \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right) = 300 \text{ V} \cdot 0,0325 \text{ mS} = 9,75 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = 3,75 \text{ mA} \quad \text{mit } I_{\text{ges}} = I_2 + I_0$$

$$I_0 = I_{\text{ges}_0} - I_2 = 6 \text{ mA}$$

zum Zeitpunkt $t = 1,5 \text{ s}$

$$I_{\text{ges}} = \frac{1}{2} I_{\text{ges}_0} = 4,875 \text{ mA}$$

$$I_{\text{ges}} = I_2 + i_C$$

$$i_C = I_{\text{ges}} - I_2 = 1,125 \text{ mA}$$

$$i_C = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow \text{erst umstellen nach } \tau \text{ weil dort der Kondensatorwert enthalten ist :}$$

$$\tau = \frac{-t}{\ln \frac{i_C}{I_0}} = 0,896 \text{ s} \quad \text{mit } \tau = R_1 \cdot C \rightarrow \text{umstellen nach } C$$

$$C = 17,9 \text{ }\mu\text{F}$$

A56: (EU5511)

Ein Kondensator von $10 \text{ }\mu\text{F}$ wird über einen Vorwiderstand $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$ an Gleichspannung von 110 V aufgeladen.

Berechnen Sie die Zeitkonstante und die Ladezeit!

geg: $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$
 $C = 10 \text{ }\mu\text{F}$
 $U = 110 \text{ V}$

ges: τ
 t wenn C aufgeladen

Lös:

$$\tau = R_1 \cdot C = 1 \text{ M}\Omega \cdot 10 \text{ }\mu\text{F} = 10 \text{ s}$$

$$t = 5 \tau = 50 \text{ s}$$

A57: (EU5512)

Ein Kondensator von $4,7 \text{ }\mu\text{F}$ ist, anliegend an Gleichspannung von 220 V , aufgeladen. Nun wird der Kondensator über einen Widerstand $R_e = 1,5 \text{ M}\Omega$ entladen. Berechnen Sie die Zeitkonstante und die Entladedauer!

geg: $R_e = 1,5 \text{ M}\Omega$
 $C = 4,7 \text{ }\mu\text{F}$
 $U = 220 \text{ V}$

ges: τ
 t wenn C entladen

Lös:

$$\tau = R_e \cdot C = 1,5 \text{ M}\Omega \cdot 4,7 \text{ }\mu\text{F} = 7,05 \text{ s}$$

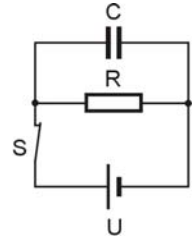
$$t = 5 \tau = 35,25 \text{ s}$$

Lösungen zu Kapazitäten / Kondensatoren

A61: (EU5523)

Ermitteln Sie im nebenstehenden Bild bei gegebener Spannung $U = 220\text{V}$ und Kapazität $C = 12\ \mu\text{F}$:

- den Strom durch den Widerstand $R = 1,5\ \text{k}\Omega$ wenn der Schalter S geschlossen und der Kondensator voll geladen ist
- die Zeitkonstante der Schaltung beim Entladen (Schalter geöffnet)
- die Spannung am Kondensator genau $8,4\ \text{ms}$ nach dem Öffnen des Schalters S
- den Strom durch den Widerstand R $33,6\ \text{ms}$ nach dem Öffnen des Schalters S
- die Energie des geladenen Kondensators !



geg: $U_0 = 220\ \text{V}$
 $C = 12\ \mu\text{F}$
 $R = 1,5\ \text{k}\Omega$
 $t_c = 8,4\ \text{ms}$
 $t_d = 33,6\ \text{ms}$

ges: a) I_R
b) τ
c) u_C bei $8,4\ \text{ms}$ nach dem Öffnen
d) i_C bei $33,6\ \text{ms}$ nach dem Öffnen
e) W des geladenen Kondensators

Lös: a) bei $t = \infty$: Kondensator wirkt wie Unterbrechung oder unendlich großer Widerstand $i_C = 0\ \text{A}$

$$I_R = \frac{U}{R} = 146,7\ \text{mA}$$

Lös: b)

$$\tau = R \cdot C = 18\ \text{ms}$$

Lös: c)

$$u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 220\text{V} \cdot 0,6271$$

$$u_C = 138\ \text{V}$$

Lös: d)

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = 146,7\ \text{mA}$$

$$i_C = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -146,7\ \text{mA} \cdot 0,1546$$

$$i_C = -22,7\ \text{mA} \quad (\text{Strom entgegengesetzt zu Aufladen, Änderung der Schaltungsart von RC in parallel zu in Reihe})$$

Lös: e)

$$W = \frac{1}{2} UQ = \frac{1}{2} CU^2$$

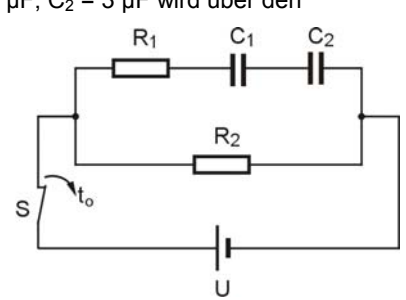
$$W = 0,29\ \text{Ws}$$

Lösungen zu Kapazitäten / Kondensatoren

A62: (EU5524)

Die gemischte Schaltung aus den Widerständen $R_1 = 220 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 6,8 \text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 3 \text{ }\mu\text{F}$ wird über den Schalter S an DC 120V geschaltet. Berechnen Sie:

- die Zeitkonstante τ für den Ladevorgang
- die maximale Stromstärke der Gesamtschaltung beim Laden
- die Stromstärke der Gesamtschaltung 130 ms nach dem Schließen des Schalters S
- die Spannung und die Energie an C_1 und C_2 nach Beenden des Ladevorgangs
- der Entladestrom nach 180 ms nach dem Öffnen des Schalters S ! (Kondensatoren zuvor voll geladen)!



geg: $U_0 = 120 \text{ V}$
 $C_1 = 6,8 \text{ }\mu\text{F}$
 $C_2 = 3 \text{ }\mu\text{F}$
 $R_1 = 220 \text{ k}\Omega$
 $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$
 $t_c = 130 \text{ ms}$
 $t_e = 180 \text{ ms}$

ges: a) τ
 b) $I_{\text{ges}0}$
 c) I_{ges} 130 ms nach dem Schließen
 d) u_{C1} , W_{C1} , u_{C2} , W_{C2}
 e) i_c nach 180 ms nach dem Öffnen

Lös: a) Kondensatoren in Reihe $\rightarrow C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 2,08 \text{ }\mu\text{F}$

$\tau = R_1 \cdot C_{\text{ges}} = 458 \text{ ms}$

Lös: b) Parallelschaltung der Widerstände und Kondensatoren wirken wie kurzgeschlossen

$$I_{\text{ges}0} = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = U \cdot \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \right) = 120\text{V} \cdot 14,55 \text{ }\mu\text{S} = 1,75 \text{ mA}$$

Lös: c) I_{ges} 130 ms nach dem Schließen des Schalters

$$I_{\text{ges}} = I_2 + i_c = \frac{U}{R_2} + I_0 \cdot e^{-t/\tau} = \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_1} \cdot e^{-t/\tau} = 1,2 \text{ mA} + 0,545 \cdot 0,7529$$

$I_{\text{ges}} = 1,61 \text{ mA}$

Lös: d) bei $t \geq 5 \tau$

$$C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 2,08 \text{ }\mu\text{F} \rightarrow Q_{\text{ges}} = U \cdot C_{\text{ges}} = 249,6 \text{ }\mu\text{As}$$

$$u_{C1} = \frac{Q}{C_1} = 36,8 \text{ V} \rightarrow W_{C1} = \frac{1}{2} Q u_{C1} = 4,6 \text{ mWs}$$

$$u_{C2} = \frac{Q}{C_2} = 83,2 \text{ V} \rightarrow W_{C2} = \frac{1}{2} Q u_{C2} = 10,4 \text{ mWs}$$

Lös: e) Entladestrom nach 180 ms

$\tau = (R_1 + R_2) \cdot C_{\text{ges}} = 666 \text{ ms}$

$$I_0 = \frac{U}{R_1 + R_2} =$$

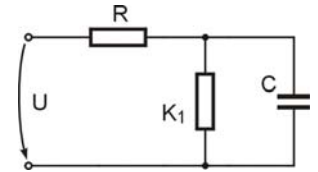
$$i_c = -I_0 \cdot e^{-t/\tau} = i_c = -\frac{U}{R_1 + R_2} \cdot e^{-t/\tau} = -375 \text{ }\mu\text{A} \cdot 0,7632$$

$i_c = -286,2 \text{ }\mu\text{A}$

Lösungen zu Kapazitäten / Kondensatoren

A63: (EU5526)

Eine Zeitverzögerung ist mit einem Relais K1, dem Widerständen $R = 1 \text{ k}\Omega$ und einem Kondensator $C = 1800 \text{ }\mu\text{F}$ wie im nebenstehenden Bild aufgebaut. Der Widerstand des Relais beträgt $570 \text{ }\Omega$, die Abfallspannung 9 V und die Betriebsspannung U beträgt 24 V .



Es ist zu berechnen:

- die Stromstärke im Einschaltmoment
- den Betriebsstrom
- die Zeit, nach der das Relais abfällt nachdem die Betriebsspannung U abgeschaltet wurde
- die Energie des Kondensators im Moment des Abfallens des Relais!

geg: $R = 1 \text{ k}\Omega$
 $R_{K1} = 570 \text{ }\Omega$
 $C = 1800 \text{ }\mu\text{F}$
 $U = 24 \text{ V}$
 $U_{ab} = 9 \text{ V}$

ges: a) I_{ges0}

Lös: a) Kondensator wirkt wie Kurzschluss (R_{K1} wird quasi überbrückt)

$$I_{ges0} = \frac{U}{R} = 24 \text{ mA}$$

Lös: b) Betriebsstrom, d.h. Kondensator ist aufgeladen und wirkt wie ein unendlich großer Widerstand ($i_C = 0 \text{ A}$)

$$R_{ges} = R + R_{K1} = 1,57 \text{ k}\Omega$$

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = 15,3 \text{ mA}$$

Lös: c) Zeit nach Öffnen des Schalters bis Relais abfällt (bei $u_C = 9 \text{ V}$)

$$\tau = R_{K1} \cdot C = 1,026 \text{ s}$$

$$u_C = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow 9 \text{ V} = 24 \text{ V} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow \text{nach } t \text{ umstellen}$$

$$t = \ln \frac{u_C}{U_0} \cdot (-\tau) = -0,981 \cdot -1,026 \text{ s}$$

$$t = 1 \text{ s}$$

Lös: d) Energie des Kondensators im Moment des Abfallens des Relais

$$W = \frac{1}{2} C u_C^2 = 72,9 \text{ mWs}$$